

Teoria dos Grafos

Aula 16

Aula passada

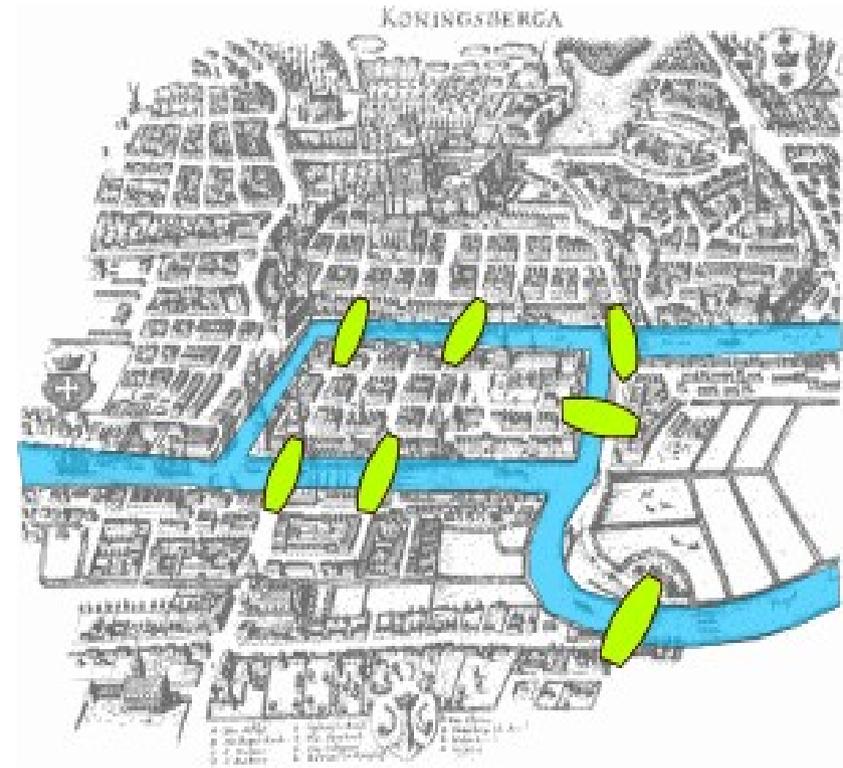
- Primeira prova

Aula de hoje

- Pontes de Königsberg
- Ciclo Euleriano
- Ciclo Hamiltoniano
- Quem foi Turing?

As 7 Pontes de Königsberg

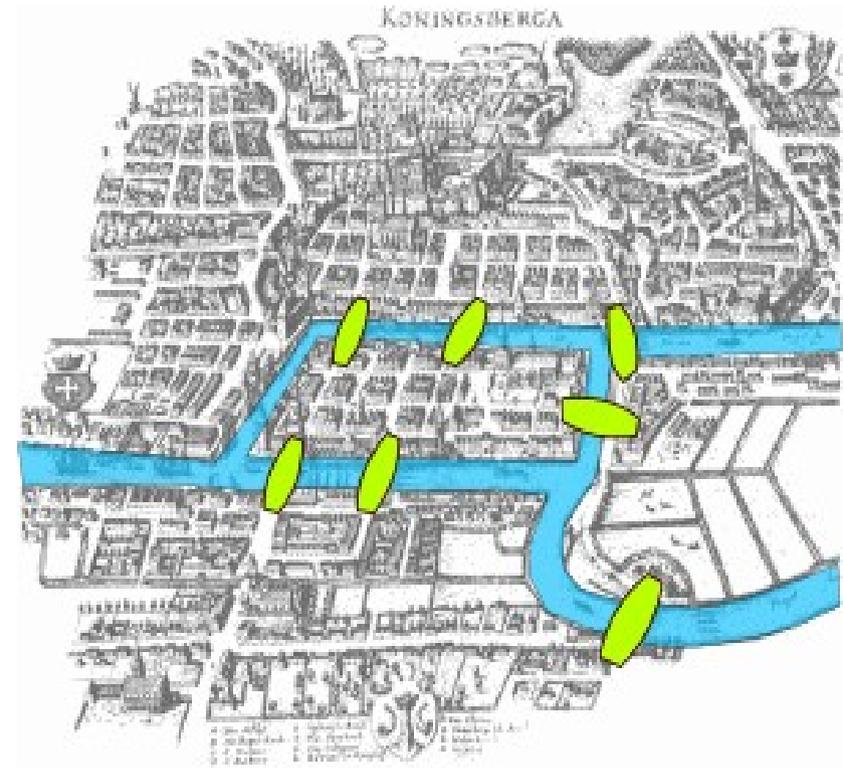
- Königsberg, cidade na Prússia (atual Rússia)
- 7 pontes na cidade
- Desafio popular na cidade
 - partir de um ponto, atravessar as 7 pontes uma única vez, retornando ao ponto de partida



Existe tal trajeto?

As 7 Pontes de Königsberg

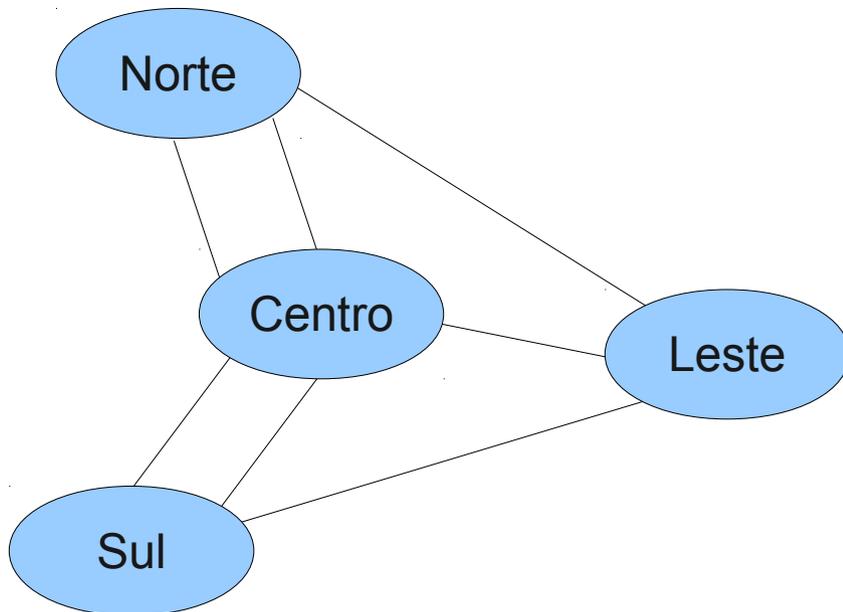
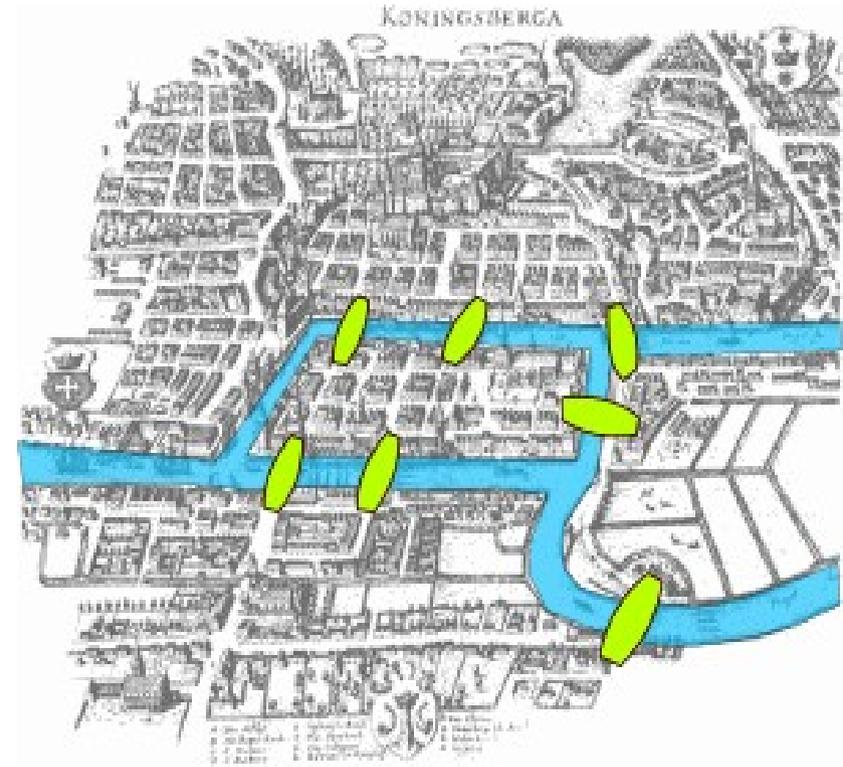
- Euler resolveu este problema em 1736!
- Estabeleceu ainda quando tal trajeto seria possível em qualquer cidade
- Abstração do problema via grafos



Início da Teoria dos Grafos!

As 7 Pontes de Königsberg

- Abstração via grafos
- Objetos: áreas contíguas de terra
- Arestas: ponte entre áreas
 - podendo ter mais de uma

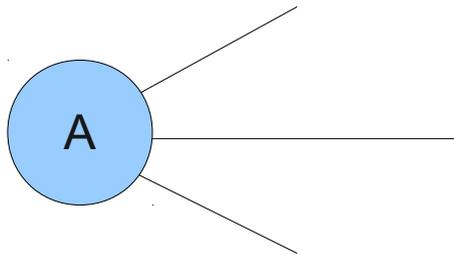


- Tal trajeto existe?
- Percorrer as 7 pontes e retornar ao ponto inicial?

Não!

Ciclo Euleriano

- Ciclo que percorre todas as arestas exatamente uma vez e retorna ao vértice inicial
- Quando tal ciclo existe em um grafo?
- Se um vértice tem grau ímpar tal ciclo pode existir?



Não!

- Ciclo Euleriano precisa entrar e sair do vértice (uma ou mais vezes)
- Cada visita requer **duas** arestas

Ciclo Euleriano

■ Teorema

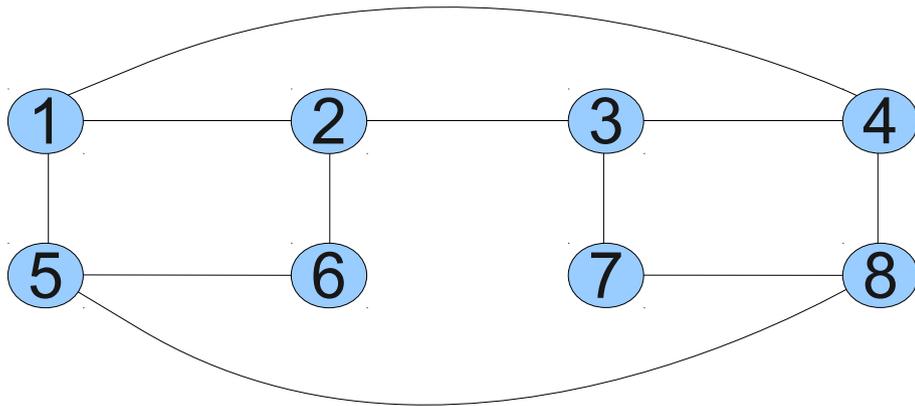
Um grafo G conexo possui ciclo euleriano se e somente se todo vértice de G possuir grau par.

■ Prova (duas partes)

- Ciclo euleriano implica grau par
 - já provamos (slide anterior)
- Grau par implica ciclo euleriano
 - mais complicado, mas vejam livro
- Grafo euleriano
 - grafo que admite ciclo euleriano
 - todos os vértices possuem grau par

Ciclo Hamiltoniano

- Ciclo que percorre todos os **vértices** exatamente uma vez e retorna ao vértice inicial
- Possui ciclo hamiltoniano?



- Nome em referência a William Hamilton, que investigou este problema em dodecaedros em 1850
 - *Hamilton's puzzle*
- Hamilton prova que sólidos platônicos possuem ciclo hamiltoniano

Ciclo Hamiltoniano



- Quando um grafo possui ciclo hamiltoniano?
- Algoritmo para determinar se ciclo existe?

- Não temos algoritmo eficiente para este problema
 - problema é NP-Completo (vale US\$ 1 milhão)
- Pesquisa: determinar classe de grafos que possuem ciclo hamiltonianos
 - ex. resultado de hamilton
- O que estes grafos tem em comum?

Dualidade e Mistério

Problema: Determinar se um grafo possui ciclo euleriano

Fácil

Problema: Determinar se um grafo possui ciclo hamiltoniano

Difícil



- Problemas aparentemente similares (arestas x vértices)
- Por que um problema é fácil e outro difícil?

Aspecto fundamental da computação

Quem foi Alan Turing?



- Criador do “Turing” Club de automóvel?
- Famoso maratonista da década de 40?
- Solucionou um dos problemas de Hilbert?
- Decodificou e quebrou a Enigma ?
- Inventou o teste de Turing ?
- Se suicidou comendo uma maçã envenenada?

Entscheidungsproblem

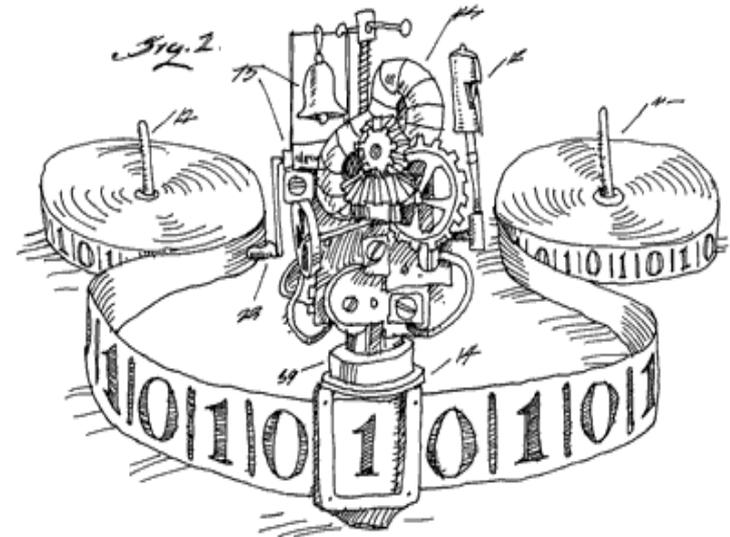
- Problema fundamental proposto por Hilbert em 1928
- Existe um *algoritmo* que dado um sistema de regras formal e uma afirmação neste sistema
 - decida se a afirmação é verdadeira ou falsa
- Mecanizar a decisão do que é verdadeiro e falso em qualquer linguagem formal

Implicações para a matemática!

- Ex. toda e qualquer hipótese (conjectura) pode ser decidida como verdadeira ou falsa

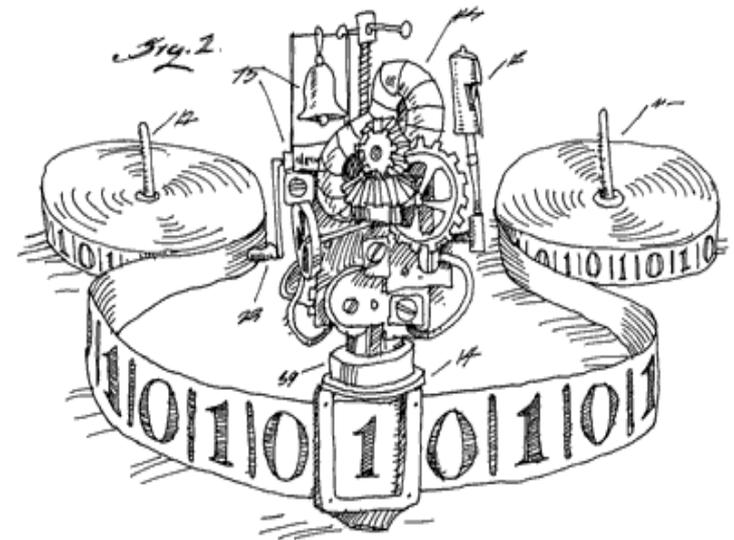
Solução para o *Entscheidungsproblem*

- Não existe algoritmo que possa decidir se afirmações em sobre os números naturais
- Turing, 1937 (antes do doutorado)
- Precisou antes formalizar o conceito de algoritmo!
- Introduziu máquinas de Turing
 - modelo para computabilidade que usamos
- Introduziu famoso *Halting problem*
 - Problema *undecidable*



Halting Problem (Problema da Parada)

- Dado um programa e uma entrada, decidir se o programa pára ou continua para sempre
- **Idéia:** emular o programa, mas como saber que ele não irá parar?
- Problema insolúvel!
Independente da complexidade

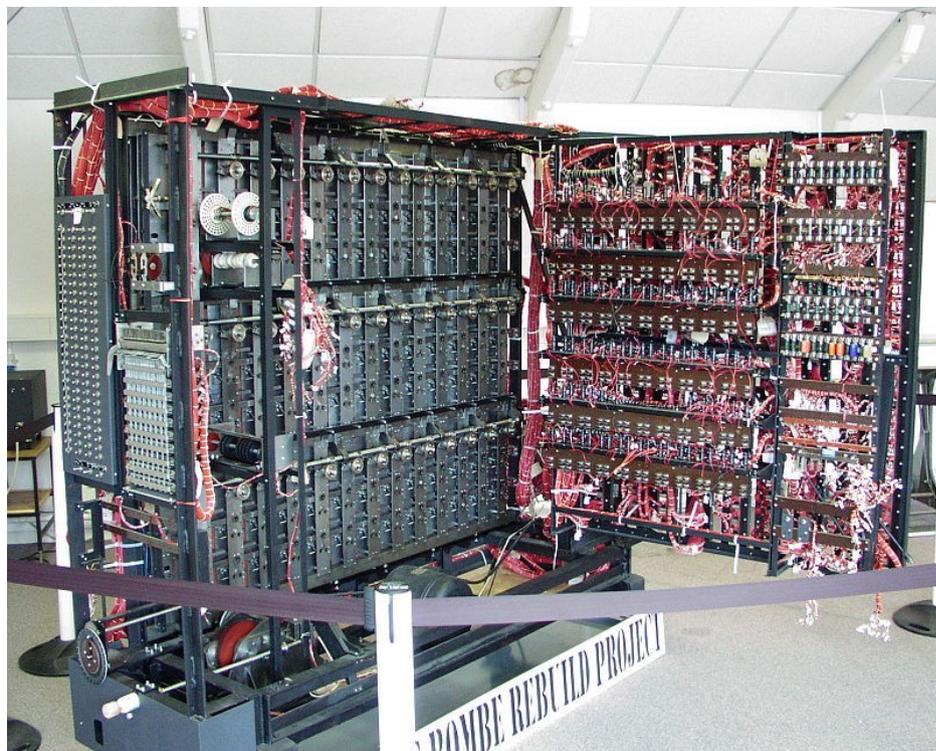


A Enigma

- Máquina mecânica para cifrar e decifrar mensagens
- Utilizada pela marinha alemã durante segunda guerra
- Turing: cryptoanálise para inteligência Britânica, 1940 (depois do doutorado)

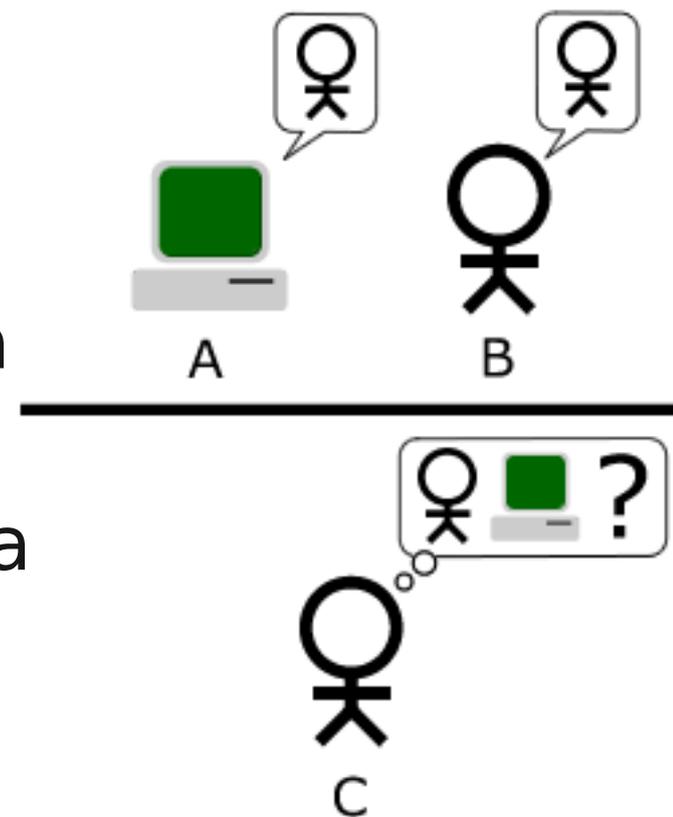


- Ajudou a decifrar a Enigma
- Ajudou a construir máquina eletromecânica para decifrar mensagens da Enigma rapidamente - *the bombe*
- precursor do primeiro computador



Teste de Turing

- Teste para determinar definir “inteligência”
- Conversa em linguagem natural entre interrogador e uma máquina e outra pessoa
- Máquina dita inteligente se engana o interrogador em pensar que ela é a pessoa
- Artigo de 1950 provocador. Poderiam máquinas vir a enganar humanos?
- Início de Inteligência Artificial (AI)



Maçã Envenenada

- Alan Turing era gay
- Homossexualismo era crime na Inglaterra
- Sofreu processo criminal em 1952
 - aceitou fazer tratamento químico ao invés da prisão
- Se suicidou em 1954, comendo maçã envenenada com cianureto
- Mãe acredita que foi por acaso ou homicídio



Uma Mente Brilhante

- Contribuições significativa em diferentes áreas do conhecimento humano
- Lógica, matemática, computação, IA e biologia
- Formalizou o conceito de computabilidade e algoritmo
- *Turing Award*, dado anualmente pela ACM; Nobel da Computação



Alan Turing, 1912 – 1954

ALAN TURING YEAR



- 2012 – The Alan Turing Year (ATY)
 - Diversos eventos e atividades para celebrar 100 anos do seu nascimento